

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES**Classes de 3^e****Mardi 22 Janvier 2019**

Ce sujet comporte 6 pages.**Il est composé de 8 exercices indépendants.**

L'utilisation de la calculatrice est autorisée.

Exercice 1	12 points
Exercice 2	13.5 points
Exercice 3	8 points
Exercice 4	21 points
Exercice 5	8 points
Exercice 6	11 points
Exercice 7	9.5 points
Exercice 8	13 points
Maîtrise de la langue	4 points
TOTAL DES POINTS	100 points

Indication portant sur l'ensemble du sujet

Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf si une indication contraire est donnée.
Pour chaque question, si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans la notation.

► **EXERCICE 1** (12 points)

Parmi les nombreux polluants de l'air, les particules fines sont régulièrement surveillées. Les PM10 sont des particules fines dont le diamètre est inférieur à 0,01 mm. En janvier 2017, les villes de Lyon et Grenoble ont connu un épisode de pollution aux particules fines. Voici des données concernant la période du 16 au 25 janvier 2017 inclus :

Données statistiques sur les concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Lyon.

Moyenne : $72,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Médiane : $83,5 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Concentration minimale : $22 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Concentration maximale : $107 \mu\text{g}/\text{m}^3$

Source : <http://www.air-rhonealpes.fr>

Relevés des concentrations journalières en PM10 du 16 au 25 janvier 2017 à Grenoble.

Date	Concentration PM10 en $\mu\text{g}/\text{m}^3$
16 janvier	32
17 janvier	39
18 janvier	52
19 janvier	57
20 janvier	78
21 janvier	63
22 janvier	60
23 janvier	82
24 janvier	82
25 janvier	89

1. Laquelle de ces deux villes a eu la plus forte concentration moyenne en PM10 entre le 16 et le 25 janvier 2017 ? Justifier votre réponse.
2. Calculer l'étendue des séries des relevés en PM10 à Lyon et à Grenoble. Laquelle de ces deux villes a eu l'étendue la plus importante ? Interpréter ce dernier résultat.
3. L'affirmation suivante est-elle exacte ? Justifier votre réponse.
« Du 16 au 25 Janvier 2017, le seuil d'alerte de $80 \mu\text{g}/\text{m}^3$ par jour a été dépassé au moins 5 fois à Lyon. »

► **EXERCICE 2** (13.5 points)

Pour chacune des quatre affirmations suivantes, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant soigneusement la réponse et en écrivant les étapes du raisonnement. **Aucun point ne sera attribué sans justification.**

1) Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 + 4x$

Affirmation 1 : - 1 a pour image - 5 par la fonction g .

2) Soit a un nombre relatif.

Affirmation 2 : $3a^2 + 16a + 5$ est la forme développée et réduite de $(3a + 1)(a + 5)$.

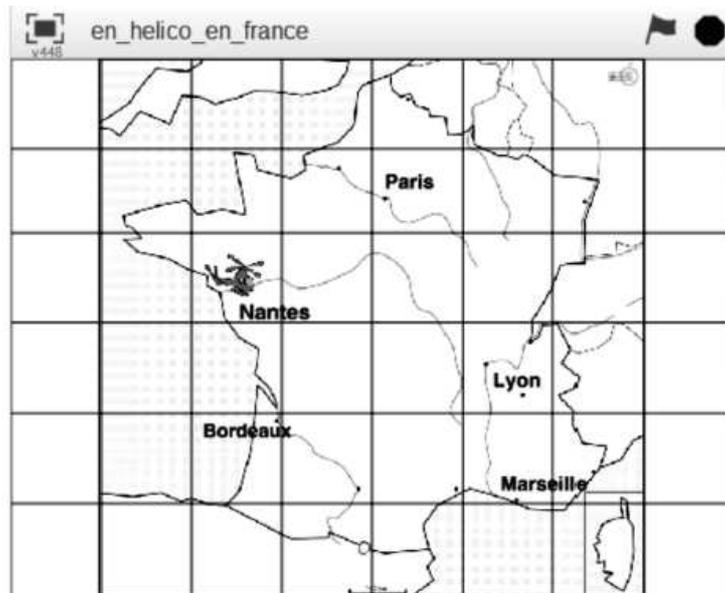
3) Soit $A = \frac{2}{3} + \frac{8}{3} \cdot \frac{1}{5}$

Affirmation 3 : $A = \frac{50}{3}$.

- 4) Le diamètre d'un cheveu fin est d'environ 44 μm .
Le diamètre de l'atome d'hydrogène est 0,1 nm.

Affirmation 4 : Le diamètre d'un cheveu fin est 440 000 fois plus grand que celui d'un atome d'hydrogène.

► **EXERCICE 3** (8 points)



Le programme ci-dessous a été écrit avec le logiciel Scratch pour faire se déplacer le lutin « hélicoptère » de la case « Nantes » à la case « Paris » sur l'arrière-plan ci-dessus.

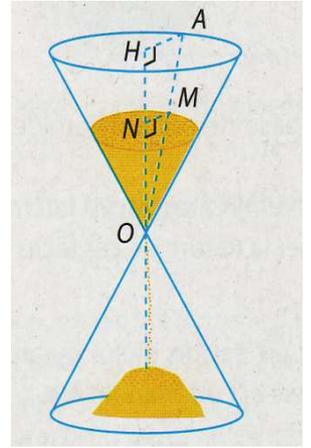


Un élève souhaite modifier le programme pour que l'hélicoptère se déplace de la case « Nantes » à la case « Lyon ».
Par quels nombres doit-il remplacer les nombres « 120 », « 270 » et « 60 » ? Justifier votre réponse.

► **EXERCICE 4** (21 points)

Rappel : Volume d'un cône de révolution = hauteur $\times \pi \times$ rayon² : 3

Le sablier ci-contre est constitué de deux cônes de révolution identiques de sommet O, tels que : OH = 12 cm et OA = 15 cm.
H est le centre du disque supérieur.



1. Démontrer que AH = 9 cm.
2. Démontrer que le volume du cône de révolution supérieur est égal à $324\pi \text{ cm}^3$.
3. Actuellement, le cône de révolution supérieur est rempli jusqu'à une hauteur ON = 7,2 cm.
Les grains de sable prennent ainsi la forme d'un petit cône de sommet O et de hauteur [ON].
On admet que ce petit cône est une réduction du grand cône de sommet O et de hauteur [OH].
 - a. Calculer le coefficient de réduction.
 - b. En déduire le volume de sable contenu dans le cône de révolution supérieur ; on en donnera une valeur approchée.
4. Quelle transformation géométrique permet d'obtenir le triangle ONM image de OHA ?
Préciser ses caractéristiques.

► **EXERCICE 5** (8 points)

« Je prends un nombre entier. Je lui ajoute 3 et je multiplie le résultat par 7. J'ajoute le triple du nombre de départ au résultat et j'enlève 21.
J'obtiens toujours un multiple de 10. »

Est-ce vrai ? Justifier.

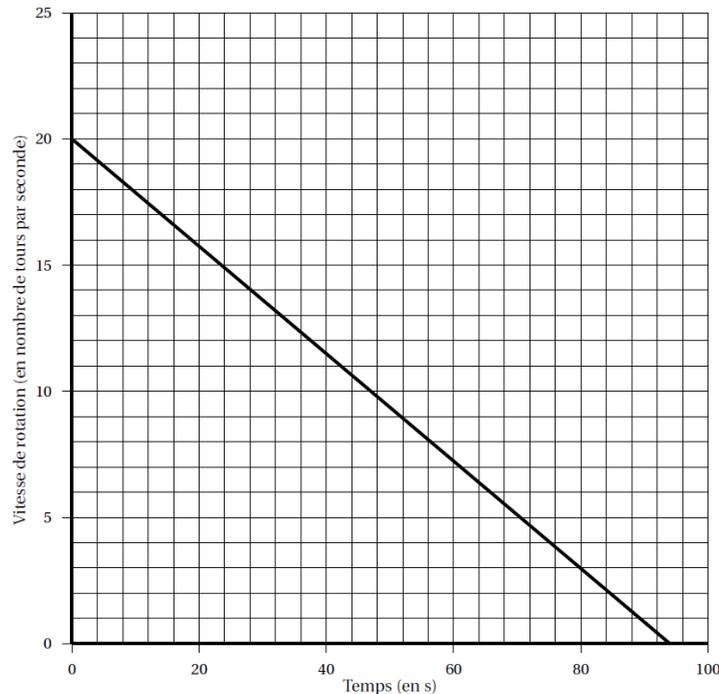
Si travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte dans l'évaluation.

► EXERCICE 6 (11 points)

Le « hand-spinner » est une sorte de toupie plate qui tourne sur elle-même. On donne au « hand-spinner » une vitesse de rotation initiale au temps $t = 0$, puis au cours du temps, sa vitesse de rotation diminue jusqu'à l'arrêt complet du « hand-spinner ». Sa vitesse de rotation est alors égale à 0.

Grâce à un appareil de mesure, on a relevé la vitesse de rotation exprimée en nombre de tours par seconde.

Sur le graphique ci-dessous, on a représenté cette vitesse en fonction du temps exprimé en secondes :



Inspiré de : <https://www.sciencesetavenir.fr/fondamental/combien-de-temps-peut-tourner-votre-hand-spinner-112808>

1. Le temps et la vitesse de rotation du « hand-spinner » sont-ils proportionnels ? Justifier la réponse.
2. Par lecture graphique répondre aux questions suivantes :
 - a. Quelle est la vitesse de rotation initiale du « hand-spinner » (en nombre de tours par seconde) ?
 - b. Quelle est la vitesse de rotation du « hand-spinner » (en nombre de tours par seconde) au bout d'une minute et vingt secondes ?
 - c. Au bout de combien de temps, le « hand-spinner » va-t-il s'arrêter ?
3. Pour calculer la vitesse de rotation du « hand-spinner » en fonction du temps t , notée $V(t)$, on utilise la fonction suivante :
$$V(t) = -0,214 \times t + V_{initiale}$$
 - t est le temps (exprimé en s) qui s'est écoulé depuis le début de rotation du « hand-spinner » ;
 - $V_{initiale}$ est la vitesse de rotation à laquelle on a lancé le « hand-spinner » au départ.

On lance le « hand-spinner » à une vitesse initiale de 20 tours par seconde.

Calculer sa vitesse de rotation au bout de 30 s.

► **EXERCICE 7** (9.5 points)

Le pavage représenté sur la figure 1 est réalisé à partir d'un motif appelé pied-de-coq qui est présent sur de nombreux tissus utilisés pour la fabrication de vêtements. Le motif pied-de-coq est représenté par le polygone ci-dessous à droite (figure 2) qui peut être réalisé à l'aide d'un quadrillage régulier.

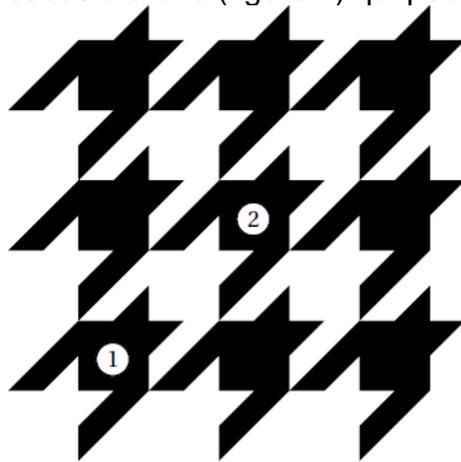


Figure 1

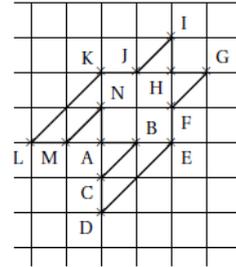


Figure 2

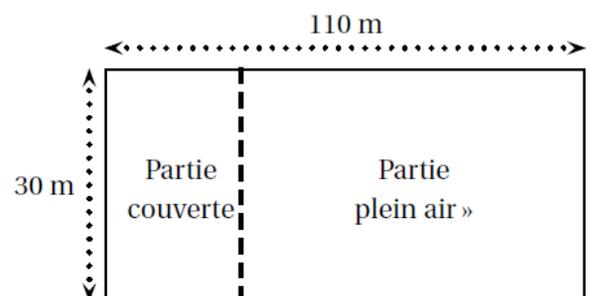
1. Sur la figure 1, quel type de transformation géométrique permet d'obtenir le motif 2 à partir du motif 1 ?
2. Dans cette question, on considère que : $AB = 1$ cm (figure 2). Déterminer l'aire d'un motif pied-de-coq. Expliquer.
3. Marie affirme : « Si je divise par 2 les longueurs d'un motif, son aire sera aussi divisée par 2. » A-t-elle raison ? Expliquer pourquoi.

► **EXERCICE 8** (13 points)

Francis veut se lancer dans la production d'œufs biologiques. Son terrain est un rectangle de 110 m de long et 30 m de large.

Il va séparer ce terrain en deux parties rectangulaires (voir schéma ci-contre qui n'est pas à l'échelle) :

- une partie couverte ;
- une partie « plein air ».



Pour avoir la qualification « biologique », Francis a l'obligation de respecter les deux règles ci-dessous.

Partie couverte : utilisée pour toutes les poules quand il fait nuit	Partie « Plein air » : utilisée pour toutes les poules quand il fait jour
6 poules maximum par m^2	4 m^2 minimum par poule

(Source : Institut Technologique de l'agriculture Biologique)

Il a prévu que la partie couverte ait une surface de 150 m^2 .

1. Démontrer que l'aire de la partie « plein air » est de 3150 m^2 .
2. Peut-il élever 800 poules dans son installation ? Justifier.
3. Combien de poules au maximum pourrait-il élever dans son installation ? Expliquer.