

BREVET BLANC DE MATHÉMATIQUES

Mars 2020

Correction

► **EXERCICE 1** (16 points)

1. a. Les antécédents sont dans la ligne 1, les images dans la ligne 2.

L'image de -1 par la fonction f est $f(-1) = -7$.

b. L'antécédent de 5 par la fonction f est 3.

c. On a $f(x) = 3x - 4$.

d. Donc $f(10) = 3 \times 10 - 4 = 30 - 4 = 26$.

2. a. Écrire sur votre copie les deux dernières étapes du programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter 3 à ce nombre.
- Multiplier ce nombre par 2
- Retrancher 5 de ce nombre

b. 8 donne successivement $8 \rightarrow 11 \rightarrow 22 \rightarrow 17$.

c. x donne successivement $x \rightarrow x + 3 \rightarrow 2(x + 3) \rightarrow 2(x + 3) - 5$.

Or $2(x + 3) - 5 = 2x + 6 - 5 = 2x + 1$.

d. • Il faut trouver x tel que $2(x + 3) - 5 = 2x + 6 - 5 = 2x + 1 = 6$ soit $2x = 5$ et enfin $x = 2,5$.

• On peut « remonter » les opérations :

$$\begin{array}{rcc}
 + 3 & \times 2 & - 5 \\
 \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\
 ? & & 6 \\
 \leftarrow & \leftarrow & \leftarrow \\
 - 3 & : 2 & + 5
 \end{array}$$

$$6 + 5 = 11 \quad ; \quad 11 : 2 = 5,5 \quad ; \quad 5,5 - 3 = 2,5$$

On doit choisir 2,5 au départ pour obtenir 6.

► **EXERCICE 2** (14 points)

1. Comparons les nombres moyens de livres empruntés dans chaque classe.

Présentons les réponses de la classe 1 en liste :

1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 7

- Moyenne $_{\text{classe 1}} = \frac{1 + 2 \times 4 + 3 \times 8 + 6 \times 5 + 7 \times 3}{21} = \frac{1 + 8 + 24 + 30 + 21}{21} = \frac{84}{21} = 4$
- Moyenne $_{\text{classe 2}} = 4$

Conclusion :

Le nombre moyen de livres empruntés est le même dans les deux classes.

L'affirmation est donc fausse. Les élèves de la classe 1 ne lisent pas en moyenne plus de livres que ceux de la classe 2.

2. Un « grand lecteur » est un élève qui a emprunté 5 livres ou plus.

Quelle classe compte le plus grand nombre de « grands lecteurs » ?

- Déterminons le nombre de « grands lecteurs » dans la classe 1 :
Il y a 5 élèves qui ont emprunté 6 livres et 3 élèves qui ont emprunté 7 livres.
Ainsi, il y a 8 « grands lecteurs » dans la classe 1.
- Déterminons le nombre de « grands lecteurs » dans la classe 2 :
On sait que la classe 2 compte 25 élèves. ($25 = 12 + 1 + 12$)
La médiane de la série concernant la classe 2 est donc au 13^e rang.
De plus, la médiane de la série concernant la classe 2 est 5.
Ainsi, il y a au moins 13 élèves qui ont emprunté 5 livres ou plus.

Conclusion : C'est la classe 2 qui a le plus grand nombre de «grands lecteurs ».

3. Dans quelle classe se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres ?

On sait que dans la classe 1, l'élève ayant emprunté le plus de livres a emprunté 7 livres.

Dans la classe 2, on sait que l'étendue de la série est 8.

Ce qui signifie que la différence entre le nombre maximum de livres empruntés par un élève et le nombre minimum de livres empruntés par un élève est 8. On en déduit que l'élève qui a emprunté le plus de livres dans la classe 2 a emprunté au minimum 8 livres (cas où un élève de la classe 2 n'aurait emprunté aucun livre durant l'année).

Conclusion : C'est dans la classe 2 que se trouve l'élève ayant emprunté le plus de livres.

► **EXERCICE 3** (18 points)

1) Démontrer que les droites (EF) et (MH) sont parallèles.
On sait que les droites (EF) et (MH) sont perpendiculaires à la droite (CH),
Or si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles,
Donc (EF)//(MH).

2) Quelle est la longueur CM de l'ascenseur à blé ? Justifier.

Le triangle CHM étant rectangle en H le théorème de Pythagore permet d'écrire

$$CM^2 = CH^2 + HM^2 \text{ soit } CM^2 = 8,5^2 + 20,4^2 = 72,25 + 416,16 = 488,41.$$

La calculatrice donne $CM = \sqrt{488,41} = 22,1$ (m).

3) Quelle est la hauteur EF du pilier ? Justifier.

On a : E un point du segment [CM], F un point du segment [CH], (EF)//(MH),

Par proportionnalité dans le triangle

$$\frac{CF}{CH} = \frac{EF}{MH}, \text{ soit } \frac{2,5}{8,5} = \frac{EF}{20,4}; \text{ d'où en multipliant par } 20,4 :$$

$$EF = 20,4 \times \frac{2,5}{8,5} = 6.$$

Le pilier [EF] mesure 6 m.

4) La vitesse de l'ascenseur à blé est de 3km/h. Combien de temps met un grain de blé pour aller du déversoir au silo en empruntant l'ascenseur à blé ? Justifier. Donner une valeur approchée à l'unité.

3 km = 3 000 m	1 h = 3 600 s
22,1 m	$3600 \times 22,1 \div 3000 \approx 27$ s

Un grain de blé mettra environ 27 secondes pour aller du déversoir au silo en empruntant l'ascenseur à blé.

► **EXERCICE 4** (15 points)

Question 1

Le produit de 18 facteurs égaux à -8 s'écrit :

Réponse B : $(-8)^{18}$

Question 2

Le calcul $\frac{5}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{5}{3} + \frac{2}{3}$ est égal à :

Réponse B : $\frac{5}{3} - \frac{2}{5} + \frac{2}{3}$

Question 3

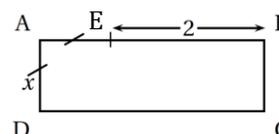
La forme factorisée de $81x^2 - 36$ est :

Réponse C : $(9x - 6)(9x + 6)$

Question 4

Quelle est l'aire du rectangle ABCD ?

Réponse B : $x^2 + 2x$



Question 5

On considère l'agrandissement de coefficient 2 d'un rectangle ayant pour largeur 5 cm et pour longueur 8 cm. Quelle est l'aire du rectangle obtenu ?

Réponse C : 160 cm^2

► **EXERCICE 5** (12 points)

Partie A : absorption du principe actif d'un médicament

1. On lit pour 0,5 h une quantité égale à 10 mg/L.
2. La quantité de principe actif est la plus élevée au bout de 2 h.

Partie B : comparaison de masses d'alcool dans deux boissons

La boisson 1 contient $33 \times 0,05 \times 7,9 = 13,035$ g.

La boisson 2 contient $12,5 \times 0,12 \times 7,9 = 11,85$ g.

La boisson 1 contient plus d'alcool que la boisson 2.

► **EXERCICE 6** (10 points)

Soit x le nombre entier choisi au départ. Le programme de calcul correspond à l'expression littérale $P = (x + 3) \times 7 + 3x - 21$. En développant et réduisant cette expression, on obtient :

$$P = 7x + 21 + 3x - 21$$

$$P = 10x$$

Ainsi quelque soit le nombre entier x choisi au départ, le programme donne $10x$, qui est bien un multiple de 10. Ainsi on obtient toujours un multiple de 10.

► **EXERCICE 7** (15 points)

1. L'empilement à 2 niveaux contient $4 + 1 = 5$ boulets.
2. L'empilement à 3 niveaux contient $9 + 4 + 1 = 14$ boulets.
3. Avec 4 niveaux on peut ranger $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ boulets. Il faut donc un niveau de plus de $5 \times 5 = 25$ boulets.
Sur 5 niveaux il y aura $25 + 16 + 9 + 4 + 1 = 55$ boulets exactement.

4. – Volume d'un boulet : $\frac{4}{3} \times \pi \times 6 \times 6 \times 6 = 288\pi \text{ cm}^3$.

– L'empilement à 3 niveaux contient 14 boulets qui ont un volume de $14 \times 288\pi = 4032\pi \text{ cm}^3$.

1 m^3 de fonte a une masse de 7300 kg, donc 1 dm^3 de fonte a une masse de 7,3 kg et 1 cm^3 de fonte a une masse de 0,0073 kg, donc les 14 boulets ont une masse de :

$$4032\pi \times 0,0073 = 29,4336\pi \approx 92,46 \text{ kg, soit } 92 \text{ kg au kilogramme près.}$$